

تقدير ديناميكيات أسعار الفائدة باستخدام نموذج فاسيسك (1977):

دراسة تطبيقية على البيانات الأمريكية

## Estimating Interest Rate Dynamics Using the Vasicek model (1977): An Empirical study on US Data

قلبازة أمال\*، محبر بواداكس، جامعة غرداية (الجزائر)، kalbaza.amal@univ-ghardaia.edu.dz

دوار ابراهيم، محبر التطبيقات الكمية والنوعية، جامعة غرداية (الجزائر)، -douar.brahim@univ-

ghardaia.edu.dz

تاريخ النشر: 2025/09/30

تاريخ القبول: 2025/09/18

تاريخ الاستلام: 2025/05/23

### ملخص:

يهدف البحث إلى تحليل ديناميكيات أسعار الفائدة قصيرة الأجل باستخدام نموذج فاسيسك (1977)، وهو أحد النماذج العشوائية الأكثر استخدامًا في التنبؤ بحركة أسعار الفائدة، يعتمد النموذج على معادلة تفاضلية تصف تطور أسعار الفائدة عبر الزمن من خلال تحليل بيانات سعر الفائدة الفيدرالي الأمريكي (FEDFUNDS) خلال فترة 1990-2025، تم تقدير معالم النموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية أظهرت النتائج أن النموذج يوفر إطارًا قويًا لتحليل أسعار الفائدة.

كلمات مفتاحية: تسعير، فائدة، انحراف، فاسيسك.

تصنيفات JEL: E51 ، C61.

### Abstract:

This research aims to analyze the dynamics of short-term interest rates using the Vasicek model (1977), one of the most widely used stochastic models for predicting interest rate movements. The model relies on a differential equation that describes the evolution of interest rates over time. By analyzing data on the U.S. federal funds rate (FEDFUNDS) over the period 1990-2025, the model parameters were estimated using the Ordinary Least Squares (OLS) method. The results indicate that the model provides a robust framework for analyzing interest rate behavior.

**Keywords:** Pricing, Interest, Drift, Vasicek.

Jel Classification Codes: C61; E51.

## 1. مقدمة:

خلال السبعينات من القرن الماضي تم تطوير العديد من نماذج تسعير الفائدة، بحيث برزت طريقتين رئيسيتين لنمذجة هيكل الفائدة الزمني باستمرار. الأولى قدمها فاسيسك في عام 1977، وتتعلق بالنماذج التي تفترض وجود متغيرات عشوائية أو متغيرات حالة تؤثر على أسعار السندات وكذلك المخاطر المرتبطة بها. يعتبر نموذج فاسيسك Vasicek من أهم النماذج الرياضية الذي يعتمد على المعادلات التفاضلية العشوائية التي تُستخدم لنمذجة أسعار الفائدة كدالة من مخاطر السوق (فاسيسك، 1977). كذلك يعتمد النموذج على متوسط التحليل البيزياني Bayésien للمقارنة بين البيانات الآنية والبيانات الأسبوعية. ثم تبعه تحديث لهذا النوع من نماذج التسعير، و النهج الاحتمالي لهيكل الفائدة الزمني الذي يقع ضمن إطار نموذج هيث، جارو، ومورتون (1992) والذي يتبع نفس المنهجية في نمذجة أسعار الفائدة، حيث يعتبر هؤلاء المؤلفون أن منحى الفائدة في التاريخ الأولي معروف مسبقاً. تعتمد هذه النماذج على بيانات خارجية، مما يجعلها تحمل اسم "نماذج التوازن الجزئي". جميعها تشترك في نفس الخصائص على أن العلاوات على المخاطر التي تعتمد عليها بنية الفائدة غير محددة ويجب اختيارها مسبقاً، إلا إذا تركت غير محددة باستخدام تغيير في الاحتمالات. بالموازاة مع نماذج التوازن الجزئي، هناك نماذج التوازن العام، وأشهرها نموذج كوكس، إنجرسول، وروس (1985)، والتي تتميز بدرجة عالية من التناسق الداخلي لأنها تسمح بتحديد المتغيرات الحالة وديناميكيتها، بالإضافة إلى تحديد العلاوات على المخاطر بطريقة داخلية. ومع ذلك، فإن هذه النماذج تفرض قيوداً صارمة جداً على نوع السلوك الذي يُفترض به أن يتبعه الأفراد. ومن خلال الطرح النظري الايستيمولوجي الخاص بنماذج تسعير الفائدة نادرا ما تبعه بحث ذو طابع تجريبي. وهدف هذه الدراسة هو التركيز على الأداء التجريبي لنموذج فاسيسك في سياق أسعار الفائدة على السندات. فمن الواضح أن الهدف من نماذج تسعير الفائدة هو تحديد سعر السندات الصفرية وبالتالي دراسة مدى ملائمة أو عدم ملائمة نموذج للفائدة يتطلب تقدير هذه المعاملات. وفي هذا السياق سنحاول دراسة تغير سلوك أسعار الفائدة الأمريكي وفق نموذج فاسيسك.

## إشكالية الدراسة :

تعد أسعار الفائدة من أهم الأدوات المالية التي تلعب دورا جوهريا في توجيه السياسات المالية والنقدية، و مع تعاظم دور الأسواق المالية في اقتصاديات الدول و تزايد تعقيدها، كان من الضروري تبني نماذج كمية لفهم سلوك أسعار الفائدة و تقدير تحركاتها المستقبلية سواء على المدى القصير أو المدى

الطويل. في هذا السياق اعتمدنا على نموذج فاسيسك كأحد النماذج العشوائية الرائدة في توصيف تطور أسعار الفائدة، ومن هنا تبرز إشكالية الدراسة، إلى أي مدى يمكن لنموذج فاسيسك 1977 تفسير ديناميكية أسعار الفائدة الأمريكية ومدى ملاءمته في تمثيل سلوك تطور أسعار الفائدة خلال الفترات المختلفة.

#### فرضية الدراسة:

انطلاقاً من الصياغة النظرية لنموذج فاسيسك و الذي يقوم على ثلاث خصائص أساسية و هي أن أسعار الفائدة تتبع عملية عشوائية من خلال ثبات المتوسط المستهدف، مع ثبات في درجة التقلبات الخاصة بأسعار الفائدة مع سرعة الرجوع الى التوازن. هذه الخصائص النظرية تشكل الأساس الذي بنيت عليه فرضية هذه الدراسة كون أسعار الفائدة الأمريكية تتبع عملية عشوائية مع عودة للمتوسط مما يمكن تفسير ديناميكية أسعار الفائدة الفدرالي الأمريكي.

#### أهداف الدراسة:

تهدف الدراسة الى فهم ديناميكية سعر الفائدة الفيدرالي والتي تعتبر أداة قوية بيد الاحتياطي الفيدرالي الأمريكي لضبط أهم المؤشرات الاقتصادية وذلك من خلال نموذج التسعير فاسيسك 1977 الذي يسمح لنا بفهم الديناميكية الزمنية لسعر الفائدة القصيرة الأجل.

#### أهمية الدراسة:

تكتسي هذه الدراسة أهمية من حيث تناولها لسلوك سعر الفائدة الفيدرالي القصير الأجل في الولايات المتحدة الأمريكية من خلال تطبيق نموذج فاسيسك 1977، بحيث تتجلى أهمية البحث في كونه دراسة تجريبية تحاول تحليل سلوك سعر الفائدة الفيدرالي على المدى القصير وذلك من خلال اعتمادنا على فترة زمنية ممتدة من جانفي 1990 الى جانفي 2025.

## 2. النماذج العشوائية لتسعير الفائدة

يعد الهيكل الزمني لأسعار الفائدة ذو أهمية كبيرة في الاقتصاد المالي والاقتصاد النقدي، ويؤدي دوراً وسيطاً بينهما. من منظور مالي، يمكن استخدام تغير أسعار الفائدة للتحوط ضد المخاطر في محافظ الأوراق المالية وتسعير المشتقات المالية مثل خيارات السندات. كما تُستخدم أسعار الفائدة أيضاً في خصم القيم بمرور الوقت، وبالتالي تُعتبر حجر الأساس في تسعير جميع الأدوات السوقية، امتداداً من الأسهم إلى

قرارات الاستثمار. أما من منظور كلي، يمكن تفسير الهيكل الزمني لأسعار الفائدة على أنه تقدير للأسعار قصيرة الأجل المستقبلية وللتضخم والنشاط الاقتصادي.

تُستخدم هذه التوقعات من قبل المؤسسات في قرارات استثمارها، ومن قبل المستهلكين في قرارات مدخراتهم، ومن قبل الاقتصاديين في قراراتهم المتعلقة بالسياسات الاقتصادية في حين أن البنك المركزي يستطيع تعديل سعر الفائدة على المدى القصير، في حين يعتمد الاقتصاد الحقيقي على العوائد الطويلة الأجل. ولغرض تنفيذ سياسة نقدية فعالة، يمكن للبنك المركزي استخدام نموذج لسعر الفائدة لفهم كيفية انتقال تحركات أسعار الفائدة على المدى القصير إلى تحركات أسعار الفائدة على المدى الطويل.

يعتبر تسعير الفائدة من أبرز المواضيع المالية التي تمثل تحدياً جوهرياً في الاقتصاديات العالمية على غرار ما يحدث من سجل في الولايات المتحدة الأمريكية بين الرئيس المنتخب في نوفمبر 2024 دونالد ترامب ومدير البنك الفيدرالي الأمريكي حول أسعار الفائدة وذلك نظراً لتأثيره المباشر على الاستثمارات، القروض، تقييم السندات، والمشتقات المالية. وقد ظهرت عدة نماذج رياضية لتفسير سلوك أسعار الفائدة عبر الزمن، من أبرزها النماذج العشوائية على غرار نموذج فاسيسك (Vasicek Model) الذي طوره "أولدريخ فاسيسك" عام 1977. يمثل هذا النموذج أحد النماذج العشوائية الأولى التي تُستخدم لتفسير تطور أسعار الفائدة قصيرة الأجل. إلى جانب مجموعة من النماذج العشوائية كنموذج كوكس-انجرسول-روس (1985)، و الجدول التالي يظهر أهم النماذج العشوائية ذات العامل الواحد.

الجدول رقم 01: أهم النماذج العشوائية لتسعير الفائدة

النموذج	الفرضيات	المبدأ التحليلي
فاسيسك 1977	تقلب ثابت لسعر الفائدة مع عودة للمتوسط	بسيط مقارنة بالنماذج الأخرى، قابل للتحليل الرياضي
كوكس-انجرسول-روس 1985	تقلب نسبي لسعر الفائدة	لا يقبل الفائدة السالبة و مناسب لتسعير السندات
هوو لي 1986	تقلبات بدون عودة للمتوسط	فرضية الالعودة للمتوسط يجعل المبدأ التحليل أكثر صعوبة
هول-وايت 1990	تقلبات متغيرة زمنياً	مرن، يضبط هيكل العائد و هو

أكثر شيوعا عن باقي النماذج الأخرى		
باعتماده على التقلبات اللوغارتمية يضمن فائدة موجبة	تقلبات لوغارتمية	بلاك كارازينسكي 1991

**المصدر:** من اعداد الباحثين اعتمادا على مجموعة من المصادر

من خلال الجدول رقم 1 قمنا بمقارنة عامة لأهم النماذج العشوائية المستخدمة في تحليل سلوك أسعار الفائدة، حيث تتنوع من حيث الفرضيات والخصائص، فمنها من يتميز بالبساطة على غرار نموذج فاسيسك 1977 والتعقيد كنموذج بلاك كارازينسكي 1991. جل هذه النماذج تشترك غالبا في فرضية العودة للمتوسط (باستثناء نموذج هوو لي 1986) لكنها تختلف في طريقة تمثيل تقلبات أسعار الفائدة. وبالنظر لهدف الدراسة الذي يركز على تحليل ديناميكية الفائدة القصيرة الأجل، فقد تم اعتماد نموذج فاسيسك 1977 باعتباره نمودجا يوفر توازنا بين البساطة التحليلية والقدرة على تمثيل الحركة العشوائية لأسعار الفائدة الفيدرالي على المدى القصير.

## 1.2 نموذج فاسيسك 1977 في تسعير أسعار الفائدة

نسبة للباحث أولدرينغ فاسيسك (Vasicek, 1977) الذي قام بصياغة نموذج لتسعير الفائدة وفق طريقة رياضية لنمذجة حركة وتطور أسعار الفائدة قصير الأجل ويعتمد على عامل واحد ويرتبط بالمخاطر السوقية. يستخدم نموذج فاسيك لأسعار الفائدة بشكل شائع في تحديد اتجاه حركة أسعار الفائدة في المستقبل. وبشكل مبسط، فإنه يقدر كيف ستتحرك أسعار الفائدة خلال فترة زمنية معينة، وهو من أوائل النماذج الرياضية المستخدمة لنمذجة أسعار الفائدة، وقد تم تقديمه سنة 1977.

## 2.2 العلاقة الرياضية لنموذج فاسيسك 1977

يعتمد هذا النموذج على مبدأ أن سعر الفائدة يتبع عملية الانتشار العشوائي الذي يشير الى حركة الأسعار بتأثير العوامل العشوائية (diffusion process) مع خاصية العودة إلى المتوسط (mean reversion)، مما يعني أن معدلات الفائدة تميل إلى العودة إلى مستوى متوسط على المدى الطويل. فهو نموذج رياضي يستخدم في الاقتصاد المالي لتقدير المسارات المحتملة لتغيرات أسعار الفائدة المستقبلية.

ولذلك، يُعتبر هذا النموذج نموذجًا عشوائيًا (stochastic model)، وهو شكل من أشكال النمذجة الذي يساعد في اتخاذ قرارات الاستثمار المالي، وبالتالي يمكن استخدامه لمساعدة المحللين والمستثمرين على فهم أداء الاقتصاد والاستثمارات في المستقبل.

ويمكن عرضه عن طريق المعادلة التفاضلية التالية (Vasicek, 1977, p 178):

$$d_{rt} = a(b-r_t) dt + \sigma dw_t \dots \dots \dots (1)$$

حيث :

W: المسمى بـ wiener process المخاطر السوقية العشوائية

t: الفترة الزمنية

a(b-r<sub>t</sub>): التغير المتوقع في سعر الفائدة عند الزمن t

a : سرعة العودة الى المتوسط

σ: الانحراف المعياري

b : المستوى طويل الأجل للمتوسط

ويمكن حساب معالم نموذج فاسيسك 1977 وفق ما يلي:

$$d(e^{at} r_t) = dr_t e^{at} + ae^{at} r_t dt = abe^{at} dt + \sigma e^{at} dw_t \dots \dots \dots (2)$$

عند تحويل المعادلة إلى الشكل التكاملي، ثم قسمتها على (e<sup>at</sup>)، نختص على المعادلة التالية:

$$(r_t) = r_0 e^{-at} + k(1 - e^{-at}) + \sigma \int_0^t e^{-a(t-s)} dw_s \dots \dots \dots (3)$$

من خصائص نموذج فاسيسك أنه يتبع الحركة البراونية وبالتالي فإن خاصية التكامل يمكن تعديلها كالتالي:

$$r_{t+\delta} = r_t e^{-a\delta} + k(1 - e^{-a\delta}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2a\delta}}{2a}} \varepsilon \dots \dots \dots (4)$$

حيث:

δ : هي قيمة زمنية δ > 0

ε : تتبع توزيعًا طبيعيًا مركزيًا معياريًا (أي أن متوسطها يساوي صفرًا وانحرافها المعياري يساوي واحد).

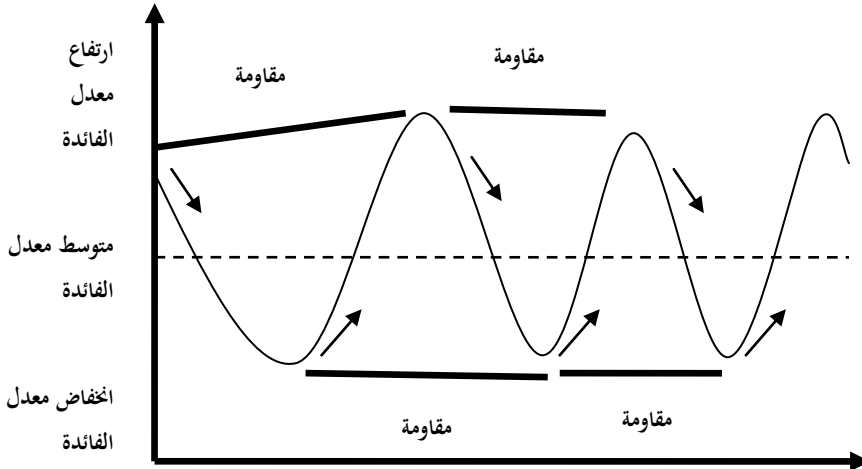
وبذلك يتم تقديم خصائص المتوسط والتفاوت لمعدل الفائدة قصير الأجل، بالإضافة إلى صيغة تحليلية لسعر السند الصفري (Zero-Coupon) الناتجة عن ذلك. وعلى المدى المتوسط وبالاستناد على خطية القيمة المتوقعة نحصل على الصيغة الرياضية للنموذج:

$$E[rt] = roe^{-at} + b(1 - e^{-at}) \dots \dots \dots (5)$$

من خلال المعادلة رقم (5) يتبين أن المعامل  $b$  يمثل القيمة التي تسعى إليها أسعار الفائدة مع مرور الوقت، مما يعكس خاصية العودة إلى المتوسط التي يعتمد عليها نموذج فاسيسك 1977.

تُظهر معدلية فاسيسك وجود انحراف يعكس ظاهرة المتوسط العائد (mean reversion)، مما يعني أن أسعار الفائدة ستتقارب بمرور الوقت نحو مستوى المتوسط العائد " $b$ " وبسرعة تساوي " $\alpha$ ". يمكن اعتبار المعلمة " $b$ " كمتوسط لسعر الفائدة على المدى الطويل. فعندما يرتفع سعر الفائدة القصير الأجل فوق المعدل الطويل الأمد، تتدخل قوة جذب تُعيد سعر الفائدة إلى الأسفل، وعندما ينخفض السعر القصير الأجل دون المستوى الطويل الأمد، تتدخل قوة دفع تصاعدية ترفعه مرة أخرى، كما هو موضح من خلال الشكل رقم 01.

الشكل رقم 01: انحراف متوسط أسعار الفائدة وفق نموذج فاسيسك



المصدر: من اعداد الباحثين اعتمادا على نموذج فاسيسك 1977

يمثل الشكل 01 مفهوم الانحراف المتوسط (Mean Reversion) لأسعار الفائدة القصيرة الأجل. من خلال الشكل نلاحظ وجود قوة جذب تعيد سعر الفائدة نحو مستوى متوسط طويل الأجل. في هذا الرسم البياني، تم تحديد مستويات مقاومة، هذه المستويات تعكس مدى انحراف سعر الفائدة القصير عن المتوسط الطويل الأمد، والذي الخط المتقطع، فعندما يرتفع السعر فوق أحد مستويات المقاومة، من المرجح أن يعاود الانخفاض ليتجه نحو المتوسط، والعكس صحيح في حالة الاختراق دون مستويات الدعم. وهكذا، فإن الحركة الصعودية والهبوطية لسعر الفائدة لا تستمر بلا حدود، بل تخضع لقوة عودة إلى المستوى المتوسط بسرعة تحددها معاملات النموذج الرياضية. يوضح هذا التصرف الخطي والمحدد لنموذج فاسيسك لماذا يُعتبر نموذجًا فعالاً في تقدير تطور أسعار الفائدة بمرور الوقت.

### 3. نمذجة سعر الفائدة الفيدرالي الأمريكي FFR وفق نموذج فاسيسك 1977

سعر الفائدة الفيدرالي هو معدل الفائدة الرئيسي في السوق المالية الأمريكية. فهو يؤثر على معدلات الفائدة الأخرى مثل المعدل الأساسي (Prime Rate)، وهو معدل الفائدة الذي تفرضه البنوك على عملائها الذين يتمتعون بمعدلات ائتمانية مرتفعة. بالإضافة إلى ذلك، يؤثر سعر الخصم الفيدرالي بشكل غير مباشر على معدلات الفائدة طويلة الأجل مثل القروض العقارية (Rudebusch, 1995, p248)، القروض الشخصية، والودائع، والتي تعتبر جميعها مهمة جدًا لثروة المستهلكين وثقتهم.

### 1.3 تحليل سعر الفائدة الفيدرالي الأمريكي

الأداة الرئيسية التي يستخدمها الاحتياطي الفيدرالي لتنفيذ سياساته النقدية هي معدل الفائدة قصير الأجل المعروف بمعدل الفائدة الفيدرالي، بحيث يعمل خبراء البنك الفيدرالي بتحليل القرارات التي يتخذها البنك المركزي بعناية فائقة بهدف توقع السياسات المستقبلية المتعلقة برفع، خفض، أو الإبقاء على معدل الفائدة الفيدرالي دون تغيير. فسعر الفائدة الفيدرالي هو معدل الفائدة الذي تتم به المعاملات بين المؤسسات البنكية المودعة (مثل البنوك) عند تداول الأموال الفيدرالية (الرصيد المحتفظ به في بنوك الاحتياطي الفيدرالي) خلال فترة زمنية. عندما تكون لدى مؤسسة بنكية فائض في حساب احتياطياتها، تقوم بإقراض البنوك الأخرى التي تحتاج إلى رفع رصيدها (FRED, 2025).

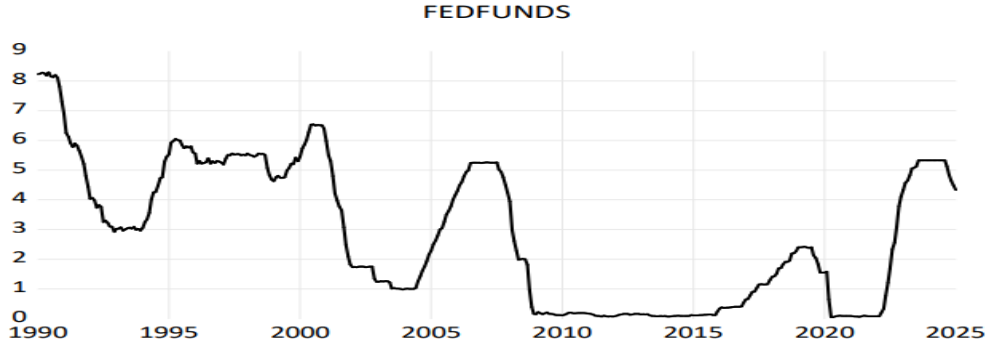
وبأسلوب أبسط، إذا كان هناك بنك لديه سيولة زائدة، فإنه يقوم بإقراض بنك آخر يحتاج إلى زيادة سيولته بشكل سريع. حيث معدل الفائدة الذي يدفعه البنك المقترض للبنك المقرض يتم تحديده بين البنكين؛ والمعدل المتوسط المرجح لكافة هذه المفاوضات يسمى المعدل الفعلي لسعر الفائدة الفيدرالي (Brenner et al, 1995, p88). يتحدد المعدل الفعلي لسعر الفائدة الفيدرالي بشكل أساسي من قبل السوق، ولكنه يتأثر من خلال العمليات المفتوحة التي يقوم بها الاحتياطي الفيدرالي لتحقيق الهدف المستهدف لسعر الفائدة الفيدرالي.

### 2.3 تطور سعر الفائدة الفيدرالي خلال 1990 إلى 2025

تلقت لجنة السوق الفيدرالية (FOMC) ثمان مرات سنويًا لتحديد سعر الفائدة الفيدرالي المستهدف. يؤثر هذا السعر على المعدل الفعلي لسعر الفائدة الفيدرالي من خلال العمليات المفتوحة أو عن طريق شراء وبيع السندات الحكومية (الدين الحكومي). وبشكل أكثر تحديدًا، يقوم الاحتياطي الفيدرالي بتقليل السيولة من خلال بيع السندات الحكومية، مما يؤدي إلى رفع سعر الفائدة الفيدرالي لأن البنوك لديها سيولة أقل للتداول مع البنوك الأخرى. ومن جهة أخرى، يمكن للاحتياطي الفيدرالي زيادة السيولة من خلال شراء السندات الحكومية، مما يؤدي إلى خفض سعر الفائدة الفيدرالي بسبب وجود سيولة زائدة متاحة للتداول.

أما إذا كان الاحتياطي الفيدرالي يريد شراء أو بيع السندات يعتمد على حالة الاقتصاد. بحيث إذا اعتقدت اللجنة أن الاقتصاد ينمو بسرعة كبيرة وأن الضغوط التضخمية غير متسقة مع الالتزام المزدوج للبنك الاحتياطي الفيدرالي، فقد تحدد اللجنة معدلًا أعلى لسعر الفائدة الفيدرالي.

الشكل رقم 02 : تطور سعر الفائدة الفيدرالي خلال سنة 1990 الى سنة 2025



المصدر: الرابط <https://fred.stlouisfed.org/series/FEDFUNDS>

في الحالة المعاكسة، قد تحدد اللجنة معدلاً أقل لسعر الفائدة الفيدرالي لتحفيز النشاط الاقتصادي بشكل أكبر. لذلك، يجب على FOMC مراقبة الوضعية الحالية للاقتصاد لتحديد أفضل مسار للسياسة النقدية التي ستزيد من نمو الاقتصاد بينما تلتزم بالتكليف المزدوج الذي وضعه الكونجرس. أثناء اتخاذ قرارات السياسة النقدية، تأخذ باعتبارها مجموعة واسعة من البيانات الاقتصادية مثل: اتجاهات الأسعار والأجور، التشغيل، الإنفاق الاستهلاكي والدخل، استثمارات الأعمال، وأيضاً أسواق العملات الأجنبية.

### 3.3 تحليل استقرارية السلسلة FEDFUNDS

من خلال الدراسة التجريبية سنقوم بدراسة لسلسلة زمنية لمشاهدات شهرية لأسعار الفائدة الفيدرالية خلال حيز زمني من جانفي 1990 الى جانفي 2025 بمجموع 419 مشاهدة (أشهر). سنقوم من خلال تحليل استقرارية السلسلة الزمنية بإجراء اختبار الجذر وحدوي (ADF) للتحقق مما إذا كانت سلسلة FEDFUNDS مستقرة أم تحتوي على جذر وحدوي مما يعني أن السلسلة غير مستقرة.

#### الجدول رقم 02: استقرارية سلسلة FEDFUNDS

	t-Statistic	Prob.*
ADF	-2.975428	0.0381
Test critical values		
	1% level -3.445814	
	5% level -2.868252	
	10% level -2.570410	

المصدر: من إعداد الباحثين اعتماداً على مخرجات برنامج Eviews 12

يظهر اختبار ديكي-فولر المعزز (ADF) في الجدول رقم 02 أن السلسلة الزمنية لسعر الفائدة الأمريكي (FEDFUNDS) تتمتع باستقرار إحصائي عند مستوى دلالة 5 %، حيث بلغت القيمة الإحصائية لاختبار ADF (-2.9754) مع مستوى دلالة احتمالية قدره (p = 0.0381) ، أي أقل من 0.05، مما يعني رفض فرضية الجذر الوحدوي (Unit Root) وبالتالي إمكانية الاعتماد على السلسلة في التحليل دون الحاجة إلى أخذ الفرق الأول، إلا أنها ليست مستقرة إحصائياً عند مستوى دلالة 1 % ( حيث القيمة الحرجة = -3.4458)، ما يشير إلى أن السلسلة قد تحتوي على بعض العناصر غير الثابتة أو الاتجاهات التي يمكن أن تؤثر على النتائج خاصة عند استخدامها على مدى زمني أطول، لذا يُوصى بالانتباه إلى طول الفترة الزمنية المستخدمة في التحليل والتأكد من استقرار السلسلة بشكل كامل عند نموذج معين إذا كانت هناك متطلبات تحليلية أكثر دقة.

الجدول رقم 03: تحليل معادلة الاختبار

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob
FEDFUNDS(-1)	-0.008675	0.002915	-2.975428	0.0031
D(FEDFUNDS(-1))	0.493354	0.048299	10.21464	0.0000
D(FEDFUNDS(-2))	0.089298	0.053899	1.656765	0.0983
D(FEDFUNDS(-3))	0.163549	0.048358	3.382014	0.0008
C	0.021484	0.010605	2.025881	0.0434

المصدر: من إعداد الباحثين اعتماداً على مخرجات برنامج Eviews 12

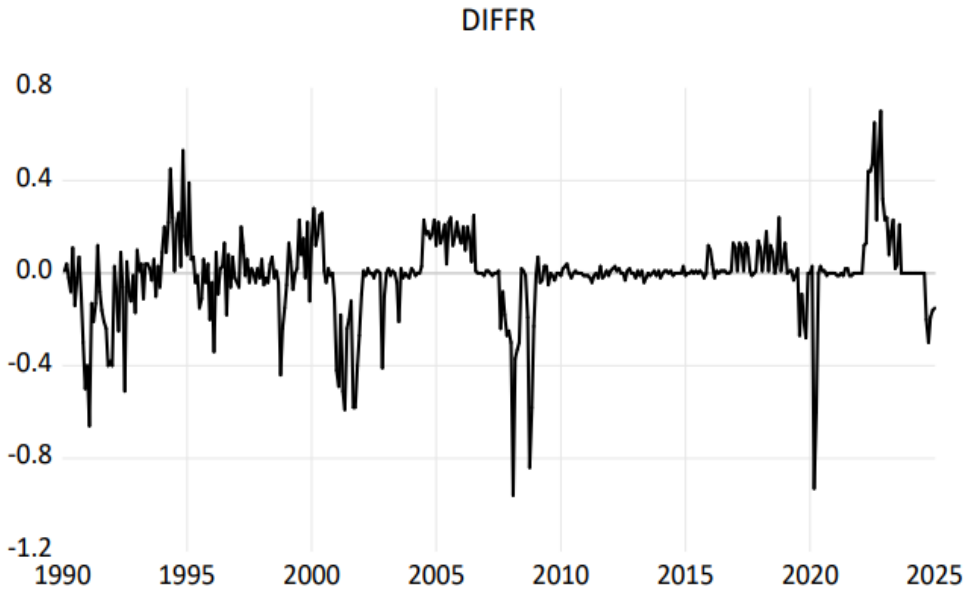
يظهر تحليل معادلة الاختبار أن سلوك سعر الفائدة الأمريكي (FEDFUNDS) يتسم بوجود ميل واضح للعودة إلى المتوسط على المدى الطويل، وهو ما يتجلى من خلال المعامل السالب لقيمة FEDFUNDS(-1) والبالغ (-0.008675) مع دلالة إحصائية عند مستوى 5%، وهو ما يتوافق مع فرضية نموذج Vasicek الذي يفترض وجود مستوى توازن طويل لأسعار الفائدة حيث تعود الأسعار تدريجياً إليه بعد أي انحراف مؤقت عند  $r_{t-1}$ ، كما تشير النتائج إلى أن التغيرات الحالية في سعر الفائدة تعتمد بشكل كبير على التغيرات السابقة مباشرةً كما يظهر من خلال معامل D(FEDFUNDS(-1)) البالغ 0.493 ودلالة إحصائية قوية (p-value = 0.0000) ، في حين يمتلك المتغير D(FEDFUNDS(-3)) تأثيراً معنوياً أيضاً مما يدل على أن بعض التأثيرات البطيئة أو السياسات ذات الآثار المتأخرة لا تزال تؤثر في الديناميكيات الحالية لسعر الفائدة، ويُظهر الثابت C دلالة إحصائية أيضاً، مما يعكس وجود مستوى أساسي لسعر الفائدة يتوقعه البنك المركزي حتى في غياب أي تغييرات سابقة،

وبالتالي فإن هذا النموذج يُعد أداة فعّالة لفهم ديناميكية أسعار الفائدة وتحليل السياسات النقدية وتوقعاتها المستقبلية. وبناء على مخرجات الجدول رقم 3 و التي تشير الى وجود دلالة معنوية لكل من المتغير FEDFUNDS(-1) و المعاملات D(FEDFUNDS(-1)) و D(FEDFUNDS(-3)) مما يعكس تداخلا بين التأثيرات طويلة الأجل ة قصيرة الأجل في ديناميكية أيعار الفائدة الأمريكية الفيدرالية و هو ما يوافق فرضية العودة الى التوازن ( المتوسط) التي يفترضها نموذج فاسيسك 1977. من جهة أخرى تظهر الفروق الزمنية المتأخرة للفائدة الأمريكية الفيدرالية D(FEDFUNDS(-1)) و D(FEDFUNDS(-3)) دلالة إحصائية مما يدل على أن التغيرات في أسعار الفائدة خلال الفترات السابقة (من جانفي 1990 الى جانفي 2025) تساهم بشكل مباشر في تفسير السلوك الآني لسعر الفائدة.

### 4.3 حساب الفروق الشهرية لأسعار الفائدة الفيدرالي

تم حساب الفروق الشهرية  $\Delta r_t$  لسعر الفائدة الفيدرالي وذلك من أجل بتقدير نموذج فاسيسك 1977 باستخدام طريقة المربعات الصغرى (OLS)

الشكل رقم 03 : حساب الفروق الشهرية لأسعار الفائدة خلال الفترة من جانفي 1990 الى جانفي 2025



المصدر: من إعداد الباحثين اعتمادا على مخرجات برنامج Eviews 12

يظهر المنحنى الزمني لسلسلة FEDFUNDS، التي تمثل الفرق الأول لسعر الفائدة الفيدرالي، التقلبات الشهرية في معدلات الفائدة خلال الفترة الممتدة من جانفي 1990 إلى جانفي 2025. يعكس هذا المؤشر مدى تذبذب السياسة النقدية بمرور الوقت، حيث تتراوح القيم بين -1.2 و +0.8، مما يشير إلى وجود فترات من التغيرات العنيفة، متبوعة بأخرى أكثر استقرارًا. يمكن ملاحظة فترات تقلبات مرتفعة، لا سيما خلال الأزمات الاقتصادية الكبرى مثل الأزمة المالية العالمية لعام 2008، وجائحة كوفيد-19 في 2020، حيث سجلت أسعار الفائدة انخفاضات حادة نتيجة السياسات التيسيرية التي اتبعتها الاحتياطي الفيدرالي لمواجهة الركود الاقتصادي. على الجانب الآخر، شهدت بعض الفترات، مثل منتصف التسعينيات و2016-2018، ارتفاعات حادة في الفائدة نتيجة محاولات البنك المركزي السيطرة على التضخم عبر تشديد السياسة النقدية. ولقد تحصلنا على النتائج التالية:

#### الجدول رقم 04 : تقديرات النموذج

variable	Coefficient	Std Error	t-stat	Prob
c	0.015559	0.013946	0.115703	0.2652
Fedfunds(-1)	-0.008745	0.003774	-2.316959	0.0210
R-squared	0.12680		Adj R-square	0.010318
F-stat	5.368301		DW stat	0.731249

المصدر: من إعداد الباحثين اعتمادا على مخرجات برنامج Eviews 12

يعرض الجدول رقم 04 نتائج تقديرات نموذج الانحدار المستخدم لتقدير معاملات نموذج فاسيسك (1977)، حيث تم تقدير المتغير التابع بناء على قيمته المتأخرة والثابتة (C)، ويظهر أن المعامل المرتبط ب FEDFUNDS(-1) يساوي (-0.008745) مع مستوى دلالة إحصائية 0.0210، أي أنه دال عند مستوى 5%، والعلامة السالبة لهذا المعامل تشير إلى وجود ميل للعودة إلى المتوسط (Mean Reversion) في سلوك سعر الفائدة، وهو أحد الأسس الرئيسية في نموذج فاسيسك (1977)، بينما يمثل المعامل الثابت (0.015559) الحد الأدنى من التغير المتوقع في سعر الفائدة حتى في غياب أي تأثيرات خارجية، ويمكن حساب المستوى المتوسط طويل الأجل (b) باستخدام العلاقة:

$\alpha$  : سرعة العودة الى المتوسط = 0.008745 - (بإشارة سالبة، مما يشير إلى وجود عودة نحو المتوسط)  
 c: الثابت = 0.015559

b: المستوى المتوسط طويل الأجل ويمكن حسابه من خلال حاصل القسمة بين سرعة العودة إلى المتوسط و قيمة المعامل الثابت .

و بما أن نموذج فاسيسك 1977 في صورته التفاضلية العشوائية كما ذكرنا سابقا وفق العلاقة التالية :

$$dr_t = a(b-r_t) dt + \sigma dw_t$$

حيث:

a : سرعة العودة الى المتوسط

$\sigma$  : الانحراف المعياري للفائدة

b : المستوى طويل الأجل للمتوسط

ومن أجل استخدام البيانات الزمنية (الأشهر) يتم تحويل النموذج الى العلاقة (Vasicek, 1977, p 179):

$$\Delta r_t = a(b-r_{t-1}) + \varepsilon_t$$

بعد توزيع a :

$$\Delta r_t = ab - ar_{t-1} + \varepsilon_t$$

يوجد علاقة تكافئ بين المعادلتين من أجل استنباط المستوى طويل الأجل للمتوسط ( Vasicek, 1977, p 179):

$$\Delta r_t = ab - \alpha r_{t-1} + \varepsilon_t \equiv \Delta r_t = \alpha + \beta r_{t-1} + \varepsilon_t$$

حيث :

$$\alpha = ab$$

$$\beta = a \text{ (مع الاحتفاظ بالإشارة)}$$

فإن :

$$b = (\alpha/a) = (\alpha/\beta)$$

يقوم نموذج فاسيسك 1977 على مبدأ أساسي و هي عودة مستوى سعر الفائدة الى المتوسط و ذلك من خلال قوة جذب تعيد سعر الفائدة نحو مستوى متوسط الأجل من خلال قسمة الحد الأدنى من التغيير

المتوقع في سعر الفائدة (المعامل الثابت C) على معامل المتغير المتأخر  $r_{t-1}$  (FEDFUNDS(-1)) من خلال العلاقة التالية:

$$b = \frac{c}{Fedfunds(-1)} \dots \dots \dots (6)$$

$$b = \frac{0.015559}{-0.008745} = -1.77$$

من خلال تحليل الجدول رقم (03) واستخدامه لتقدير معلمات نموذج فاسيسك (1977) لسلوك سعر الفائدة الفيدرالي الأمريكي، نلاحظ أن القيمة المنخفضة لمتوسط سعر الفائدة طويل الأجل، والبالغة (-1.77)، تعكس بشكل رئيسي التأثير طويل المدى للسياسات النقدية غير التقليدية التي انتهجها الاحتياطي الفيدرالي الأمريكي بعد الأزمة المالية العالمية لعام 2008، حيث تم خفض سعر الفائدة إلى مستويات تاريخية بلغت نحو 0.12% وأُقيمت قريبة من الصفر لسنوات متتالية، مما أدى إلى انحراف واضح في مستوى التوازن المتوسط الذي يقدره النموذج عن القيم التاريخية الطويلة الأمد لسعر الفائدة، والتي غالبًا ما تكون إيجابية.

كما أن طبيعة نموذج فاسيسك نفسه، القائم على فرضية العودة إلى المتوسط بسرعة ثابتة، قد يكون غير كافٍ لحساب أو تفسير التغيرات الهيكلية الكبرى في السوق، خاصةً في ظل الظروف الاستثنائية مثل الأزمات المالية أو السياسات النقدية غير التقليدية، بالإضافة إلى أنه لا يأخذ بعين الاعتبار القيود الطبيعية التي تمنع أسعار الفائدة من الانخفاض إلى مستويات سالبة بشدة، مما يؤدي إلى تشويش في تفسير النتائج عند استخدام بيانات تتضمن فترات استثنائية كهذه.

الفترة الزمنية المستخدمة في التقدير تلعب دورًا محوريًا في تحديد دقة وثبات النتائج، إذ أن الاعتماد على بيانات تشمل فترات طويلة من انخفاض أسعار الفائدة يؤدي إلى تحيز في التقدير نحو مستويات أقل، وبالتالي فإن تحسين دقة النموذج يتطلب إعادة النظر في اختيار فترة الدراسة بحيث تتجنب فترات الأزمات أو السياسات غير التقليدية، أو على الأقل مقارنة النتائج عبر فترات زمنية مختلفة لتقييم استقرار المعلمات وتحسين قدرة النموذج على تمثيل الديناميكيات الحقيقية لسوق الفائدة.

#### 4. خاتمة:

يهدف هذا البحث إلى دراسة سلوك أسعار الفائدة قصيرة الأجل باستخدام نموذج فاسيسك (1977)، الذي يعد من أهم النماذج العشوائية في تحليل أسعار الفائدة وتوقعاتها المستقبلية. من خلال تقدير معلمات النموذج على البيانات الفعلية، تبين أن متوسط سعر الفائدة طويل الأجل منخفض، مما يعكس أثر السياسات النقدية التوسعية التي انتهجها الاحتياطي الفيدرالي خلال العقود الأخيرة. كما أظهرت النتائج أن سرعة العودة إلى المتوسط منخفضة نسبيًا، مما يشير إلى أن أسعار الفائدة تأخذ وقتًا أطول للتكيف مع المستويات المتوازنة، في حين أن التقلبات العشوائية تؤكد الطبيعة غير المتوقعة لحركة الفائدة على المدى القصير.

ورغم أن نموذج فاسيسك (1977) يوفر إطارًا تحليليًا قويًا لفهم ديناميكيات أسعار الفائدة، إلا أنه يعاني من بعض القيود، أبرزها افتراضه لتوزيع طبيعي للفائدة، مما يجعله غير قادر على استيعاب الفترات التي تصل فيها أسعار الفائدة إلى مستويات قريبة من الصفر أو تتخذ قيمًا سالبة، كما حدث في السنوات الأخيرة. بالإضافة إلى ذلك، لا يعكس النموذج التغيرات الهيكلية التي قد تؤثر على آلية تحديد الفائدة بمرور الوقت، مما يستدعي توسيع نطاق التحليل باستخدام نماذج أكثر مرونة مثل CIR (Cox et al., 1985) التي تسمح بتغير المتوسط طويل الأجل وتأخذ في الاعتبار قيود السوق الفعلية.

بناءً على ما سبق، تؤكد هذه الدراسة أهمية استخدام النماذج العشوائية في تحليل أسعار الفائدة، مع ضرورة مراعاة القيود النظرية للنموذج عند تفسير النتائج. ولتحقيق دقة أكبر في التقديرات، يمكن مستقبلًا إجراء تحسينات منهجية مثل اعتماد نماذج هجينة أو إدراج متغيرات اقتصادية إضافية قد تؤثر على حركة أسعار الفائدة، مثل معدلات التضخم والنمو الاقتصادي والسياسات النقدية. كما يمكن مقارنة أداء نموذج فاسيسك (1977) مع نماذج أكثر تطورًا للتأكد من مدى كفاءته في التنبؤ بمسار أسعار الفائدة في مختلف الفترات الزمنية والسياقات الاقتصادية.

5. قائمة المراجع:

- Brenner, R J., Richard H. Harjes, and Kenneth F. Kroner (1996). Another Look at Models of the Short-Term Interest Rate. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 31.
- FRED, (2025). Federal Reserve Bank, USA.
- Ross S, Cox JS, Ingersoll J. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*.
- Rudebusch, GD. (1995). Federal Reserve interest rate targeting, rational expectations, and the term structure, *Journal of Monetary Economics*, Volume 35. N°02.
- Vasicek O, (1977). An equilibrium characterization of the term structure, *Journal of Financial Economics*, Volume 5.